

## OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ – 8 FEBRUARIE 2026

CLASA A VIII-a

## SUBIECTUL I (40 de puncte)

Pentru fiecare dintre următoarele 10 probleme, una singură dintre cele cinci variante de răspuns este corectă. Pe formularul de înregistrare a răspunsurilor la problemele cu alegere multiplă (grilă), indică varianta corectă de răspuns:

(4p) 1. În tetraedrul regulat  $ABCD$ , notăm cu  $M$  mijlocul muchiei  $AC$ . Cosinusul unghiului format de dreptele  $BM$  și  $DC$  este egal cu:

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{6}$       B.  $\frac{1}{2}$       C.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       D.  $\frac{\sqrt{2}}{3}$       E.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(4p) 2. Dacă  $ABCDMNPQ$  este un cub, atunci măsura unghiului determinat de dreptele  $MC$  și  $AN$  este egală cu:

- A.  $15^\circ$       B.  $30^\circ$       C.  $45^\circ$       D.  $60^\circ$       E.  $90^\circ$

(4p) 3. Fie  $ABCD$  un tetraedru astfel încât dreptele  $AB$ ,  $AC$  și  $AD$  să fie perpendiculare două câte două. Dacă  $AB = AC = AD = 8$  cm, lungimea perpendiculara din  $A$  pe planul  $(BCD)$  este egală cu:

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       B.  $\frac{8\sqrt{3}}{3}$       C.  $\frac{4\sqrt{3}}{3}$       D.  $\frac{16\sqrt{3}}{3}$       E.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

(4p) 4. Suma ariilor fețelor unui paralelipiped dreptunghic este egală cu  $80 \text{ cm}^2$ , iar suma lungimilor muchiilor sale este egală cu  $48$  cm. Lungimea diagonalei paralelipipedului este egală cu:

- A.  $6$  cm      B.  $4$  cm      C.  $8$  cm      D.  $10$  cm      E.  $12$  cm

(4p) 5. Fie triunghiul echilateral  $ABC$ , cu  $AB = 12$  cm și  $MN$  linie mijlocie,  $M \in AB$ ,  $N \in AC$ . Îndoim triunghiul  $ABC$  după dreapta  $MN$  până când planele  $(AMN)$  și  $(MBC)$  devin perpendiculare. După îndoire, distanța  $d(A, BC)$  este egală cu:

- A.  $6\sqrt{3}$       B.  $3\sqrt{6}$       C.  $2\sqrt{3}$       D.  $2\sqrt{6}$       E.  $3\sqrt{2}$

(4p) 6. Distanța de la vârfurile unui triunghi  $ABC$  la un plan  $\alpha$  sunt  $5$  cm,  $12$  cm, respectiv  $13$  cm. Distanța de la centrul de greutate  $G$  al triunghiului  $ABC$  la planul  $\alpha$  este egală cu:

- A.  $12$  cm      B.  $8$  cm      C.  $10,5$  cm      D.  $10$  cm      E.  $11,5$  cm

(4p) 7. Simplificând fracția  $E(x) = \frac{(x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 3) + 2}{(x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 5) + 4}$  obținem

- A.  $\frac{x^2 + 3x + 3}{x^2 + 3x + 5}$       B.  $\frac{x^2 + 3x + 5}{x^2 + 3x + 9}$       C.  $\frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 3x + 4}$       D.  $\frac{2x^2 + 6x + 3}{2x^2 + 6x + 9}$       E.  $\frac{x^2 + 2}{x^2 + 4}$

(4p) 8. Fie  $x, y \in \mathbb{R}$  astfel încât  $5 \cdot |10 + x + y| + 2026 \cdot \sqrt{x(x-8)+16} = 0$ . Atunci  $y$  este egal cu:

- A. 2026                      B. 14                      C. 6                      D. -6                      E. -14

(4p) 9. Fie  $x \in [-3, 1]$ . Rezultatul calculului  $\sqrt{x+7+4\sqrt{x+3}} + \sqrt{x+7-4\sqrt{x+3}}$  este egal cu :

- A. 3                      B. 4                      C. 6                      D. 7                      E. 8

(4p) 10. Fie  $x, y, z \in \mathbb{R}$  astfel încât  $\sqrt{9x^2+30x+29} + \sqrt{4y^2+12y+18} + \sqrt{16z^2+8z+17} \leq 9$ .

Suma  $x+y+z$  este egală cu:

- A. -41                      B.  $-\frac{41}{12}$                       C. 0                      D. 29                      E. 64

**La subiectele II și III scrieți rezolvările complete:**

**SUBIECTUL II (25 de puncte)**

Paralelipipedul dreptunghic  $ABCD A' B' C' D'$  are dimensiunile  $AB = 3$  cm,  $BC = 4$  cm și  $AA' = 5$  cm.

- a) Calculați suma ariilor fețelor paralelipipedului.  
b) Arătați că triunghiul  $ACC'$  este isoscel.  
c) O furnică vrea să ajungă din punctul  $A$  în punctul  $C'$ , mergând pe fețele paralelipipedului. Aflați lungimea minimă a drumului parcurs de furnică .

*Supliment Gazeta Matematică nr. 11 / 2025*

**SUBIECTUL III (25 de puncte)**

- a) Demonstrați că  $\frac{a+b}{a^2+b^2} \cdot \sqrt{a^2+b^2} \in (1, \sqrt{2}]$ , pentru orice numere reale  $a, b > 0$ .  
b) Aflați numărul natural  $n$  pentru care  $\frac{1}{n+1} < \frac{1}{1000} + \frac{1}{1001} + \frac{1}{1002} + \dots + \frac{1}{1099} < \frac{1}{n}$ .

Note: Toate subiectele sunt obligatorii.

Se acordă 10 puncte din oficiu.

Timp de lucru: 3 ore.